অ্যালগরিদম, ফ্লোচার্ট ও কম্পিউটার প্রগ্রাম

Algorithm, Flow-chart and Computer Program

প্রদীপ নিয়োগী, প্রাক্তন অধ্যাপক, আই আই টি খড়গপুর

email: pradip.niyogi@gmail.com

1 ভূমিকা

বর্তমান যুগ হল কম্পিউটারের যুগ। তাই আজকের বক্তৃতায় আমি যে বিষয়ে বলবো বলে ভেবেছি তা কম্পিউটার নিয়ে। বিষয়টির সূত্রপাত কম্পিউটার সৃষ্টির বহুযুগ আগে, অথচ এটি না হলে কম্পিউটারের চলে না। আমার সঠিক বিষয় হল, অ্যালগরিদম, ফ্লোচার্ট ও প্রগ্রাম। মোটামুটি দেখতে গেলে এই জিনিসগুলি সবই আমাদের জানা, এবং অজ্ঞাতসারে এগুলি আমরা দীর্ঘকাল ব্যবহার করছি। যেমন মনে করুন, সকালে আপনি থলি হাতে বাজারে যাচ্ছেন। কি কি কিনতে হবে তার একটা ফর্দ আপনার হাতে। কোন বাজারে যাবেন, কোন রাস্তা দিয়ে, কিভাবে, কোন জিনিসের পর কোনটি, এবং কোন দোকান থেকে কিনবেন তা আপনি মনে মনে ঠিক করে রেখেছেন। এক কথায় বলতে গেলে সব মিলিয়ে এটা একটা প্রগ্রাম। এই ভাবনার থেকেই পরিশীলিত হয়ে এসেছে আজকের কম্পিউটারের প্রগ্রাম।

2 অ্যালগরিদম ও সংশ্লিষ্ট আলোচনা

যাঁরা অ্যালগরিদম শব্দটার সঙ্গে পরিচিত নন, তাদের কাছে শব্দটা একটু বিদঘুটে ঠেকবে। শব্দটা এসেছে মধ্যযুগের এক বিখ্যাত আরব গণিতজ্ঞের নাম

থেকে। এরই পরিবর্তিত রূপ থেকে অ্যালগরিদম নামটি এসেছে। সহজে বলতে গেলে, এই পদটির অর্থ হল ধাপে ধাপে কোন গাণিতিক সমস্যার সমাধান করা।

কম্পিউটারে ব্যবহার করার জন্য এই পারিভাষিক শব্দটির সংজ্ঞা প্রয়োজন, যা আমরা একটু পরে দেব। তার আগে বলি, প্রখ্যাত গ্রীক গণিতজ্ঞ আর্কিমিদিস, খ্রীষ্টপূর্ব তৃতীয় শতকে একাধিক অ্যালগরিদমের স্রষ্টা ছিলেন, তার মধ্যে, কোন ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয়ের যে প্রণালী আজ ও আমরা স্কুলে শিখি,- আর্কিমিদিসের অ্যালগরিদম নামে পরিচিত। তিনি কোন বৃত্তের আয়তন আসন্নভাবে নির্ণয় করার এবং গোলক (sphere) এর পৃষ্ঠতলের আয়তন গণনের প্রণালী প্রদান করেন, তাও অ্যালগরিদম রূপে গণ্য হবার যোগ্য। প্রসঙ্গত, হিন্দু গণিতজ্ঞ শ্রীধর আচার্য প্রদত্ত দ্বিঘাত-সমীকরণ সমাধানের প্রণালী অ্যালগরিদম বলে গণ্য হয়। এই উদাহরণগুলি থেকে দেখা যাচ্ছে কম্পিউটার আবিষ্কারের সুদীর্ঘকাল পূর্বেই অ্যালগরিদম ব্যবহৃত হয়েছে।

কম্পিউটারের সাহায্যে গাণিতিক সমস্যা সমাধানের, যে কোন ধাপে ধাপে প্রণালীই কিন্তু অ্যালগরিদম নয়। অ্যালগরিদমের সংজ্ঞায় কতকগুলি আবশ্যকীয় ও নির্দিষ্ট সর্ত আছে যেগুলি মানা না হলে কোন ধাপে ধাপে চলা প্রণালী বা পদ্ধতি অ্যালগরিদম বলে গণ্য হবে না। যেমন, ধাপের সংখ্যা সসীম হবে। প্রত্যেক ধাপের আদেশ বা নির্দেশ সরল হতে হবে, অর্থাৎ একটি নির্দেশ একটিমাত্র ক্রিয়া সম্পন্ন করতে বলবে, একাধিক নয়। পাটিগাণিতিক ক্রিয়ার মধ্যে, অর্থাৎ যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগের যে কোন একটি ক্রিয়া একটি নির্দেশে থাকতে পারে, একসঙ্গে একাধিক নয়। এছাড়া, দুটি প্রদত্ত

সংখ্যার মধ্যে কোনটি ছোট না বড় না সমান তা নির্ণয় করা যাবে। প্রত্যেক অ্যালগরিদমের শুরু এবং শেষ থাকবে, শূন্য বা একাধিক ইনপুট তথ্য থাকতে পারে, এবং অন্তত একটি আউটপুট থাকবে।

অ্যালগরিদমের চিত্ররূপ হল ফ্লোচার্ট। কম্পিউটারের সঙ্গে যোগাযোগ করার জন্য একাধিক ভাষা রচনা করা হয়েছে। এদের মধ্যে কোন একটি ভাষায় অ্যালগরিদম বা ফ্লোচার্ট কে প্রকাশ করলে তার নাম হল প্রগ্রাম।

যে অ্যালগরিদম নিয়ে আমরা এখানে আলোচনা করছি বিস্তারিত বললে তার নাম হল সাংখ্যিক বা numerical অ্যালগরিদম।

3 অ্যালগরিদম শব্দের অর্থ

গণন কার্যের জন্য সাংখ্যিক অ্যালগরিদম খুব ই গুরুত্বপূর্ণ। তাই এই শব্দটির সঠিক অর্থ বোঝার চেষ্টা করি। এই শব্দটির আভিধানিক অর্থ হল:"(computing) process or set of rules that must be followed when solving a particulr problem." (Oxford Learner's Pocket Dictionary.) অর্থাৎ অ্যালগরিদম হল গণন ক্রিয়া বা এক সেট নিয়ম যা কোন বিশেষ সমস্যার সমাধানে অনুসরণ করতে হবে। অন্য একটি অভিধান Bloomsbury Dictionary মতে: "A procedure for solving a particular mathematical problem". আর Webstar অভিধান অনুযায়ী: " a rule of procedure for solving a mathematical problem (as of finding the greatest common divisor) that frequently involves repetition of an operation." অর্থাৎ অ্যালগরিদম হল কোন গাণিতিক সমস্যা সমাধানের পদ্ধতির নিয়মাবলী যাতে প্রায়শ ই কোন ক্রিয়ার পুনরাবৃত্তি থাকে।

প্রখ্যাত কম্পিউটার বিজ্ঞানী ও গণিতজ্ঞ Knuth, "algorithm" শব্দটির মূল অনুসন্ধান করেন। দেখা যায় শব্দটি, যেটি "algorism" শব্দের রূপান্তর, তার দ্বারা বোঝায় আরবী সংখ্যার সাহায্যে গণন। ঐতিহাসিকরা এটি এক আরব গণিতজ্ঞের নামের সঙ্গে যুক্ত দেখতে পান, যিনি নবম শতকে পারস্য ভাষায় গণিতের একটি পুস্তক রচনা করেন। এই লেখকের নাম Abu Jaffar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi। মনে করা হয়, এই "Khwarizmi " শব্দটির অপভ্রংশ হল "Algorithm"। স্থূলভাবে বললে, কোন সমস্যা সমাধানের অ্যালগরিদম হল সরল নির্দেশের একটি সসীম অনুক্রম যা অনুসরণ করলে সমস্যাটির সমাধানে পৌঁছন যায়। নির্দেশগুলি সরল (অনেকসময় মৌল ও বলা হয়) হতে হবে। অর্থাৎ নির্দেশগুলি নির্দিষ্ট, দ্বর্থহীন ও কার্যকর হতে হবে। এক কথায়, নির্দেশগুলি স্ববিরোধ বর্জিত হতে হবে, এবং কোন ব্যক্তি শুধুমাত্র কাগজ- পেন্সিল নিয়ে নির্দেশগুলি কাজে রূপান্তরিত করতে পারবে। আগেই বলা হয়েছে, যে অ্যালগরিদমে শূন্য বা অধিক ইনপুট তথ্য প্রদান করা যাবে এবং অন্তত একটি আউটপুট থাকবে। উপরন্তু, অ্যালগরিদম সম্পূর্ণ হতে হবে, অর্থাৎ এটি যে সমস্যা সমাধানের জন্য রচিত হয়েছে সেই ধরণের সকল সমস্যার সমাধান এটি করতে পারবে। এছাড়া, আগেই বলা হয়েছে, সসীম সংখ্যক ধাপের পর অ্যালগরিদম টি সমাপ্ত হবে।

4 অ্যালগরিদমের লিখিত রূপ

কোন স্বাভাবিক ভাষার সঙ্গে কিছু গাণিতিক চিহ্ন বা প্রতীক ব্যবহার করে সাধারনত অ্যালগরিদম লিখিত রূপে প্রকাশ করা হয়। যেমন,aর পরিবর্তে b গ্রহণ করা হল বা aর মান bকে প্রদান করা হল, বোঝাতে একটি বিশেষ

চিহ্ন, বা প্রতীক '$b \leftarrow a$' ব্যবহার করা হয়। তবে, চিত্র বা লেখচিত্র দ্বারা সাধারনত অনেক পরিষ্কার করে বা সহজে এই বক্তব্য প্রকাশ করা যায়। অর্থাৎ অ্যালগরিদমে প্রদত্ত ক্রিয়ার বিভিন্ন ধাপের ধারা এবং বিভিন্ন ধাপের যৌক্তিক পারস্পরিক সম্বন্ধ চিত্রের মাধ্যমে অনেক পরিষ্কার করে বোঝা যায়। পূর্বেই বলা হয়েছে, অ্যালগরিদমের চিত্ররূপ হল ফ্লোচার্ট আর কোন প্রগ্রাম-ভাষায় রূপান্তরিত করলে তাকে বলা হয় প্রগ্রাম। তবে, লক্ষণীয় যে, সব প্রগ্রাম অ্যালগরিদম নাও হতে পারে, কারণ তারা হয়ত অ্যালগরিদমের সসীমতার সর্ত নাও মানতে পারে। অ্যালগরিদমের সাধারনত একটি নাম দেওয়া হয় এবং সংক্ষেপে বলা হয় এটি কি কাজ সম্পন্ন করছে।

উদাহরণ ১:

খুব সহজ উদাহরণের সাহায্যে আমরা অ্যালগরিদম কি তা বোঝার চেষ্টা করি। উদাহরণটি এত সহজ যে মুখে মুখে এর উত্তর বলে দেওয়া যায়।

মনে করুন আপনি পাঁচশো টাকার নোট নিয়ে বাজারে মাছ কিনতে গেছেন। মাছের দাম প্রতি কিলো আড়াই শো টাকার কম হলে আপনি এক কিলো মাছ কিনবেন, কিন্তু এর বেশি দাম হলে 750 গ্রাম। মাছওয়ালা কত টাকা ফেরত দেবে?

ধরা যাক মাছের দাম প্রতি কিলো x টাকা। কাজেই, যদি $x < 250$ হয়, তাবে এক কিলোর দাম হল x টাকা; অন্যথায় দাম, $0.75 * x$ টাকা। প্রথম ক্ষেত্রে 500 টাকা (* চিহ্ন দ্বারা গুণন ক্রিয়া বোঝায়) নোটের ফেরত A টাকা হল: $A = 500 - x$ টাকা, ও অন্যথায় $A = 500 - 0.75 * x$ ফেরত পাওয়া যাবে। অ্যালগরিদমের রীতি অনুযায়ী পুরো হিসেবটা আমরা নিম্ন রূপে প্রকাশ

করতে পারি,

- অ্যালগরিদম ১: মাছের দামের হিসেব;
- ইনপুট: প্রতি কিলো মাছের দাম x;
- আউটপুট: 500 টাকার ফেরত A টাকা;
- প্রণালী: পরীক্ষা কর $x < 250$? যদি সত্য হয়, তবে $A = 500 - x$; সমাপ্ত। অন্যথায়
- $A = 500 - 0.75 * x$;
- অউটপুট A •

অ্যালগরিদমটির প্রথম লাইনে, অ্যালগরিদমটির নাম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় লাইনে যথাক্রমে ইনপুট ও আউটপুট দেওয়া হয়েছে। এর পর, প্রণালীর প্রথম ধাপ একটি ক্রিয়া সম্পন্ন করে, যা হল 'সিদ্ধান্ত গ্রহণ',এবং x এর মানের উপর নির্ভর করে, সর্তাধীন কন্ট্রোল পরবর্তী ধাপে যায়।
যদি প্রশ্নটির উত্তর সত্য হয় তাহলে প্রথম ধাপে উত্তর বা আউটপুট দেওয়া হয়েছে। প্রশ্নটির উত্তর সঠিক না হলে দ্বিতীয় ধাপে আউটপুট দেওয়া হচ্ছে। বুলেট চিহ্ন দ্বারা অ্যালগরিদমটির সমাপ্তি বোঝাচ্ছে।

এই অ্যালগরিদমের চিত্ররূপ চিত্র-১ এ প্রদত্ত হয়েছে।

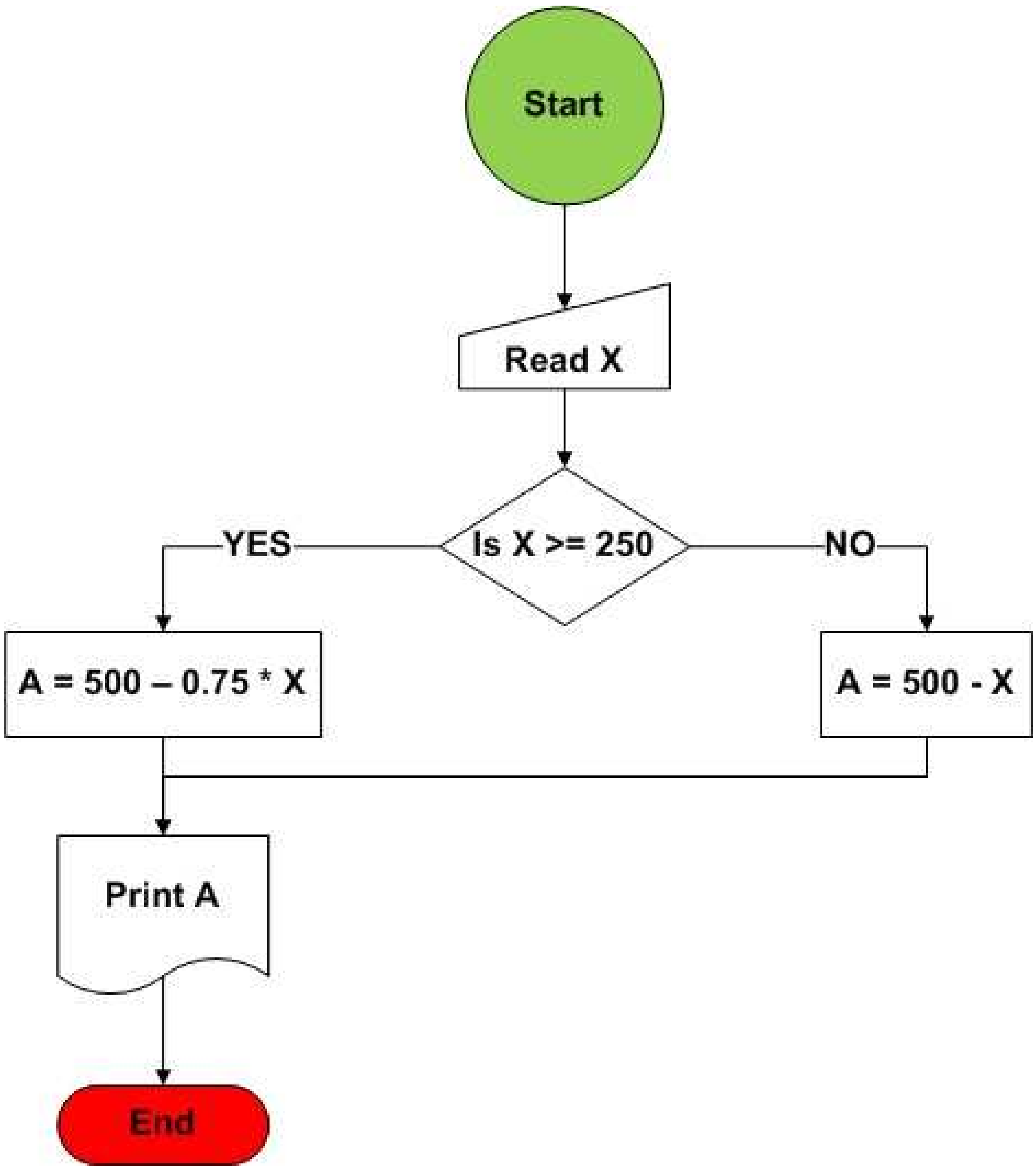

Figure 1: অ্যালগরিদম ১: মাছের টাকা ফেরতের ফ্লোচার্ট

5 ফ্লোচার্ট রচনার রীতি

বিভিন্ন আকৃতির একাধিক বাক্স দিয়ে একটি ফ্লোচার্ট তৈরি করা হয়। কি ধরনের ক্রিয়া সম্পাদিত হচ্ছে তার উপর নির্ভর করে বাক্সের আকৃতি নির্বাচিত হয়। যেমন, বৃত্তাকার বাক্স ব্যবহৃত হয় ফ্লোচার্ট শুরু বা শেষ নির্দেশ করতে, অনেকটা, কোন মেশিনের শুরু বা শেষের সুইচের মত। ইনপুট বাক্স হল আয়তাকার, তবে তার বাঁ দিকের কোণ টা সামান্য কাটা। আর আউটপুট বাক্স হল, একটা প্রিন্টার থেকে ছেঁড়া পাতার মত। আয়তাকার বাক্সে $b \leftarrow a$ জাতীয় নির্দেশ লেখা হয় assignment বা নিয়োগ নির্দেশ বোঝানর জন্য। এই নির্দেশ টির অর্থ হল, চলরাশি a র মান চলরাশি b কে প্রদান করা হল, অথবা b র মানের পরিবর্তে a র মান গ্রহণ করা হল। রম্বাস-আকৃতির বাক্স হল সিদ্ধান্ত বা পরীক্ষা বাক্স, যেখানে পরীক্ষিত মানের উপর নির্ভর করে একটি সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয়। এই বাক্সের দুটি নির্গম ধার এবং একটি আগম ধার রয়েছে। চিত্র-১ এর বাক্সগুলি লক্ষ করলে এই বৈশিষ্টগুলি দেখা যাবে।

উদাহরণ ২:

একটি বাস্তব সংখ্যা x প্রদত্ত আছে, $E = |x|$এর মান গণন করতে হবে।

- অ্যালগরিদম ২: পরম মান গণন
- ইনপুট: x
- আউটপুট: $|x|$
- প্রণালী:
- পরীক্ষা কর $x \geq 0$? যদি সত্য হয়, তবে $E = x$। সমাপ্ত; অন্যথায়

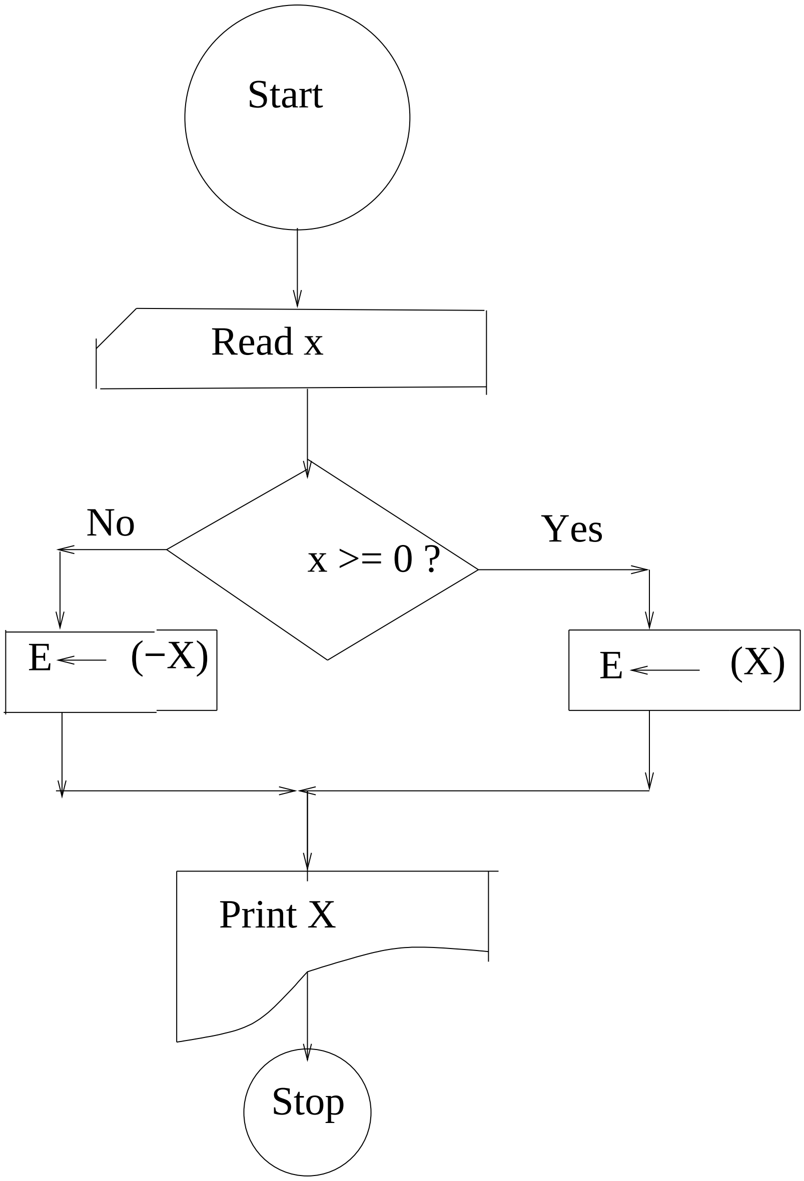

Figure 2: অ্যালগরিদম ২: $|x|$ গণনের ফ্লোচার্ট

• $E = -x$. •

অ্যালগরিদমটির প্রথম লাইনে, অ্যালগরিদমটির নাম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় লাইনে যথাক্রমে ইনপুট ও আউটপুট দেওয়া হয়েছে। এর পর, প্রণালীর প্রথম ধাপ একটি ক্রিয়া সম্পন্ন করে, যা হল 'সিদ্ধান্ত গ্রহণ',এবং x এর মানের উপর নির্ভর করে, সর্তাধীন কন্ট্রোল পরবর্তী ধাপে যায়।
যদি প্রশ্নটির উত্তর সত্য হয় তাহলে প্রথম ধাপে উত্তর বা আউটপুট দেওয়া হয়েছে। উত্তর সঠিক না হলে দ্বিতীয় ধাপে আউটপুট দেওয়া হচ্ছে। বুলেট চিহ্ন দ্বারা অ্যালগরিদমটির সমাপ্তি বোঝাচ্ছে।
এই অ্যালগরিদমের চিত্ররূপ চিত্র-২ এ প্রদত্ত হয়েছে।

6 প্রগ্রাম রচনা

অ্যালগরিদম বা ফ্লোচার্ট কে কোন প্রগ্রাম ভাষায় লিখে ফেলা খুব সোজা এবং ফরট্রান ভাষায় লেখা বিশেষ সহজ। যাঁরা প্রগ্রাম লেখা সবে শুরু করছেন, প্রগ্রাম রচনা করতে গিয়ে সাধারনত তাদের প্রচুর ভুল-ভ্রান্তি হয়। তবে, চোখের সামনে ফ্লোচার্ট বা অ্যালগরিদম থাকলে ভুল অনেক কম হয়। পার্সনাল বা ব্যক্তিগত কম্পিউটার আবিষ্কারের পর কম্পিউটার অনেক সহজলভ্য ও সস্তা হওয়ায়, আজকাল ঘরে ঘরে কম্পিউটার দেখতে পাওয়া যায়, স্কুল, কলেজ বা বিশ্ববিদ্যালয়ে অনেক বেশি সংখ্যায় ল্যাব তৈরি হয়েছে, যেখানে আগ্রহী ছাত্ররা অনেক বেশি করে কম্পিউটার ব্যবহারের সুযোগ পাচ্ছে। বহু রাজ্যে বেশ নীচু ক্লাস থেকে কম্পিউটার পড়ান ও শেখান হচ্ছে। তাই আমাদের সাধারন জ্ঞান বৃদ্ধির জন্য জানা প্রয়োজন কম্পিউটার কি কি এবং কি ধরনের কাজ করতে পারে এবং কিভাবে করে। এই উদ্দ্যেশ্যেই

আমরা অজ এই বিষয়ের অবতারণা করলাম। সহজে প্রগ্রাম রচনার স্বাদ দেবার জন্য আমরা উপরে আলোচিত ফ্লোচার্টগুলি ফরট্রান ভাষায় লিখছি। সৃষ্টির পর পর মেসিন-ভাষা ব্যবহার করা হোত যা শুধুমাত্র বিশেষজ্ঞরাই ব্যবহার করতেন। তার পর একের পর এক প্রগ্রাম ভাষা তৈরি হতে থাকে, এবং যেগুলি শেখা ও ব্যবহার করা খুব শক্ত নয়। আমরা এখানে উপরের দুটি ফ্লোচার্ট ফর্ট্রান ভাষায় রুপান্তরিত করে দেখাচ্ছি।

কম্পিউটারের সঙ্গে যোগাযোগ করার FORTRAN ভাষায় উদাহরণ ১ কে মোটামুটি নিম্নরূপএ প্রকাশ করা যায়। ফরট্রান ভাষার কম্পাইলার আছে এমন যেকোন কম্পিুটারে, অল্প-বিস্তর পরিবর্তন করে এটি চালান যাবে।

```
.............................................................\\
C Program 1, Fish purchase-account.\\
C Program prepared by P. Niyogi, 21.7.2015.\\
C
Balance amount= A received after purchase of fish @Rs x/kilo.\\
C 0.75 kilo purchased if cost more than 250.
c ...................................................\\
read(*,*) x
51 if(x.lt.250)go to 120
A=500.0-0.75*x
go to 130
```

```
120 A=500 -x
130 write(*,*)x,A
  stop
end
```

ব্যাখ্যা:

বাঁদিকের প্রথম স্তম্ভে 'c' দ্বারা 'Comment' বা মন্তব্য বোঝায়। প্রথম লাইনে প্রগ্রামটির নাম, রচয়িতার নাম, তারিখ ইত্যাদি রয়েছে। মূল নির্দেশ গুলি সপ্তম স্তম্ভ থেকে এক লাইনে একটি নির্দেশ লেখা হয়েছে। 'read' ও 'write' যথাক্রমে ইনপুট ও আউটপুট নির্দেশ, তারকা চিহ্ন থাকায় কম্পিউটার নিজের মতে এগুলি লিখতে পারবে।
প্রত্যেক ভাষার নিজস্ব নিয়ম আছে, তা যথাযথ মানতে হয়।
আর একটি সহজ উদাহরন , ফ্লোচার্ট -২ এর ফরটরান প্রোগরাম নীচে দেওয়া হল। ফরট্রান প্রোগ্রাম -২:

```
C.................................................
c Program for computing abslute value of x.
C Program prepared by p. Niyogi, 21.7.2015
C Given x, to compute |x|
C....................................................
read(*,*)x
if(x.ge.0) go to 110
```

```
E= -x
go to 101
110 E=x
101 write(*,*) E
stop
end
C..................................................
```

উপরে প্রদত্ত ফরট্রান প্রোগ্রাম দুটি ফরট্রান কম্পাইলার আছে এমন যে কোন মেসিনে চালান যায়। কম্পিউতার প্রথমে প্রোগ্রাম কম্পাইল করবে। যদি কোন ভ্রান্তি না থাকে, তাঃলে execute করার নির্দেশ দিলে অউটপুট পাওয়া যাবে।

7 প্রোগ্রাম নিয়ে দুচার কাথা

উপরে প্রদত্ত ফরট্রান প্রোগ্রাম গুলিতে নির্দেশগুলি আমরা বাংলায় লিখিনি; নির্দেশগুলি ফরট্রান ভাষার নিয়ম মেনে ইংরেজিতেই লেখা হয়েছে, আমরাও অনুবাদের কোন চেষ্টা করিনি।

উপরের প্রোগ্রামগুলিতে "if" দিয়ে সুরু বিবৃতিগুলি দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয়েছে। Program 2 তে বিবৃতিটির ক্রিয়া হল, যদি $x >= 0$ হয়, তাহলে নিয়ন্ত্রণ 110 নম্বর বিবৃতিতে যাবে, অর্থাৎ, ঐ বিবৃতিটি এর পর কার্যকরী করা হবে, নচেৎ পরবর্তী বিবৃতি, অর্থাৎ $E = -x$ কার্যকরী হবে। বিবৃতির সংখ্যা, একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা, বাঁ দিকে প্রথম ছয় স্তম্ভের মধ্যে লিখতে হবে। একাধিক বিবৃতির একই বিবৃতি-সংখ্যা থাকবে না। এক এক ভাষার এক এক রকম নিয়ম; সেগুলি অবশ্যই মেনে চলতে হবে।

৪ অ্যালগরিদম বা প্রোগ্রামের প্রয়োজন কি?

কম্পিউটার কে দিয়ে কোন কাজ করাতে হলে, কম্পিউটার বুঝতে পারে এমন কোন প্রোগ্রাম-ভাষায় প্রোগ্রাম রচনা করে কম্পিউটারকে আগেভাগে বলে দিতে হবে, কি কাজ করতে হবে। মনে রাখতে হবে, কম্পিউটার কেবলমাত্র পাটিগণিতের যোগ, বিযোগ, গুণ ও ভাগ ক্রিয়া সাধন করতে পারে। এছাড়া, দুটি প্রদত্ত সংখ্যার মধ্যে কোনটি বড়, বা ছোট না সমান তাও বলতে পারে। এছাড়া, আর কোন অঙ্ক করতে পারে না। কাজেই, যে সকল সমস্যা আমরা কম্পিউটার দ্বারা সমাধান করিয়ে নিতে আগ্রহী, সেগুলি সর্বাগ্রে একটি অ্যালগরিদম রূপে প্রকাশ করে, উপযুক্ত প্রোগ্রাম তৈরি করতে হবে। এর জন্য, অনেক সময় যথেষ্ট প্রস্তুতির প্রয়োজন হয়। লক্ষণীয় যে, কম্পিউটার গণিতশাস্ত্রের limit ক্রিয়া সম্পাদন করতে জানে না এবং লিমিটের মান কেবলমাত্র আসন্নরূপেই নির্ণয় করতে পারে। কাজেই, অন্তরকলন বা সমাকলন করা যেখানে দরকার, সেখানেই আসন্নীকরণ করতে হবে। ফলে, আনুষঙ্গিক ভ্রান্তির সৃষ্টি হবে। এসব কাজ সঠিকভাবে করার জন্য, সাংখ্যিক বিশ্লেষণ সঠিক পথ নির্দেশ করতে পারে। পরবর্তী অংশে একটি উদাহরণের দ্বারা একটু বিস্তারিত অলোচনা করব এবং বর্তমান প্রবন্ধ শেষ করব।

উদাহরণ ৩:

ফাংসন e^x এর শ্রেণীতে প্রসারণ:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + R_n, \tag{1}$$

ধরে নিয়ে, ও যেখানে n সংখ্যক পদের পর অবশিষ্ট R_n,

$$R_n = \frac{x^n}{n!} e^{\theta x}, \quad 0 < \theta < 1, \tag{2}$$

ধরে নিয়ে, e^x, $0 < x < 1$, এর মান গণন কর, যেখানে ভ্রান্তির (Error) সহ্যসীমা, প্রদত্ত ক্ষুদ্র রাশি ep এর চেয়ে ছোট বা সমান হবে।

এক্ষেত্রে, পদ (Term) n এর সংখ্যা প্রদত্ত ক্ষুদ্র রাশি ep এর উপর নির্ভর করে। যেহেতু, $0 < \theta < 1$, $0 < x < 1$, AtEb $0 < \theta x < 1$, EbNNG

$$|R_n| \leq \frac{x^n}{n!}e \qquad (3)$$

কাজেই, $R_n \leq ep, \Rightarrow \frac{x^n}{n!} \leq ep1,\ ep1 = ep/3.$
সুরুতে x ও ep এর মান পাঠ করার পর শ্রেণীটির এক এক পদ গণন করে $'sum'$ এর মানের সঙ্গে যোগ করা হচ্ছে, শুরুর মান $sum = 1.0$, যতক্ষণ না কোন পদের মান $ep1$ এর চেয়ে ছোট হয় ততক্ষণ এই ক্রিয়া চলছে। নীচের ফ্লোচার্ট-৩ এই কাজ সম্পন্ন করে।

অ্যালগরিদম ৩: e^x, $0 < x < 1$, গণন, $|Error| \leq ep.$

ইনপুট: x, ep

আউটপুট: e^x, যেখানে $|Error| \leq ep.$

প্রণালি:

১। অনুক্রম অনুযায়ী মান বসাও $n = 1;\quad sum = 1;\quad Term = 1;$

২। $ep/3$ কে $ep1$ মান নিয়োগ কর;

৩। $Term$ এর বদলে $Term * x/n$ নিয়োগ কর;

৪। পরীক্ষা কর $|Term| < ep1?$; সত্য হলে আউটপুট $sum,\ n\ ep.$সমাপ্ত । অন্যথায়

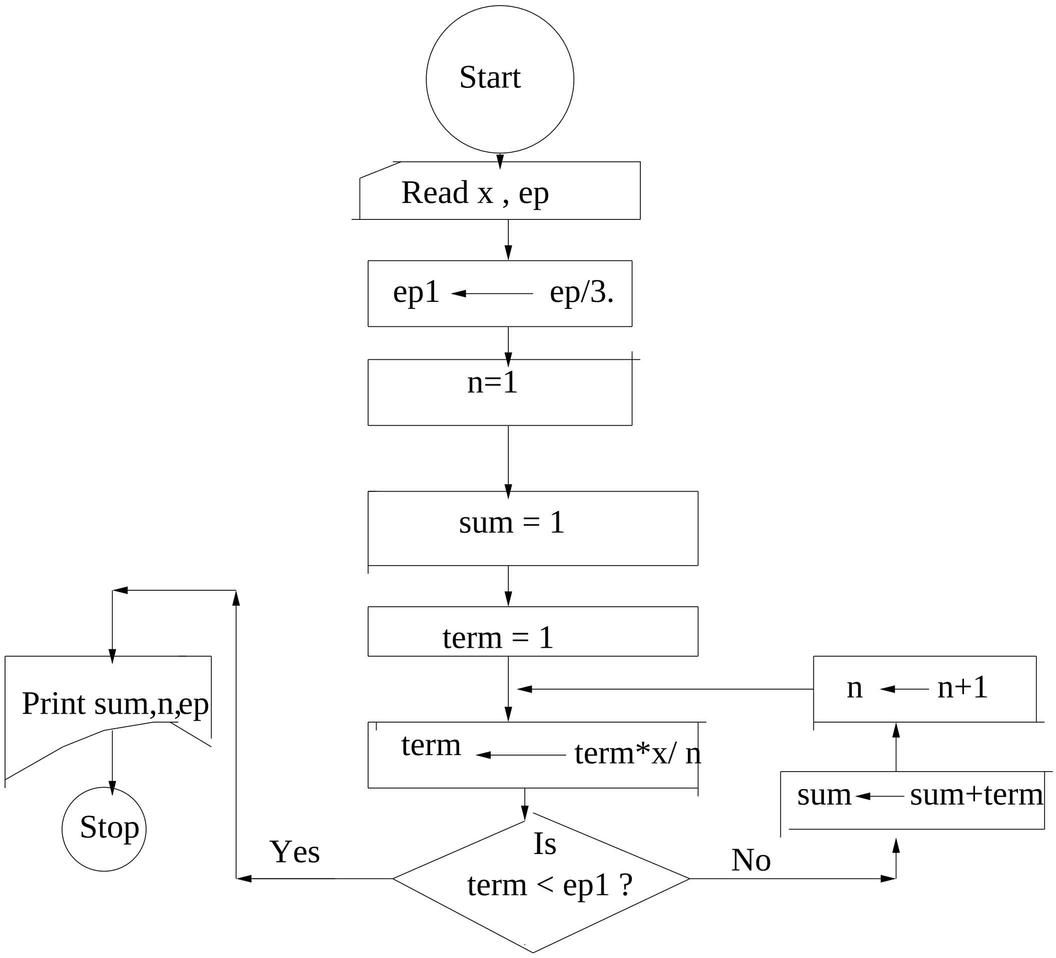

Figure 3: $e^x, 0 < x < 1, |Error| \leq ep$. গণনের ফ্লোচার্ট

৫। sumকে $sum + Term$ দিয়ে বদল কর;

৬। n এর বদলে $n + 1$ নিয়োগ কর; ধাপ ৩ এ যাও; •

উপরের অ্যালগরিদম চিত্র-৩ এ দেখান হয়েছে।

আগেই বলা হয়েছে, ফ্লোচার্ট দ্বারা অ্যালগরিদমের চিত্র আমরা দেখতে পাই; তাছ্যা প্রোগরামের বিভিন্ন অংশের মধ্যে যৌক্তিক সম্বন্ধ দেখতে পাই, বিশেষ করে গণন পরিকল্পনা ও গণন প্রণালীর যৌক্তিকতা পরিষ্কার চোখের সামনে দেখা যায়। ফ্লোচার্টের একটাই অসুবিধে, অনেকটা জায়গা নেয়। জায়গা বাঁচানর জন্য, অনেক সময় pseudocode ব্যবহৃত হয়,যা অ্যালগরিদম লিখতে অনেক অল্প জায়গা নেয়। pseudocode এর মাধ্যমে অ্যালগরিদম ৩ এর ১-৬ ধাপ কে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়:

১। $n = 1; sum = 1; Term = 1;$

২। $ep \leftarrow ep/3;$

৩। $Term \leftarrow Term * x/n;$

৪। পরীক্ষা কর $|Term| < ep1$? সত্য হলে অউটপুট sum, n, ep সমাপ্ত। অন্যথায়

৫। $sum \leftarrow sum + Term$;

৬। $n \leftarrow n + 1;$ ধাপ ৩ এ যাও•

লক্ষণীয়, এখানে প্রথম নির্দেশ তিনটে পর পর প্রাথমিক মান বসাতে নির্দেশ দিচ্ছে, যা অনুক্রম অনুযায়ী কার্যকর করতে হবে।

এই ফ্লোচার্ট অনুযায়ী ফরট্রান ভাষায় রচিত প্রোগ্রাম নীচে দেখান হল।

প্রোগ্রাম -৩:

```
C Program to evaluate e^x, 0<x<1, error ep prescribed,
C by series expansion.
c Program-3, prepared by p.n, 24.7.2015, Pune.
C  Given x and tolerance ep, compute e^x with error <ep.
C............................................................
read(*,*) x,ep
ep1=ep/3.0
n=1
term=1.0
sum=1.0
asum=exp(x)
160 if(term.lt.ep1) go to 150
an=n
term=term*x/an
sum=sum+term
n=n+1
go to 160
150 write(*,*) x,sum, asum, ep,an
stop
```

```
end
```

কম্পিউটারের হিসেব অনুযায়ী $exp(x)$ এর মান এখানে asum দ্বারা দেখান হয়েছে। উপরের প্রোগ্রাম থেকে $exp(x)$ এর যে মান পাওয়া গেল তা তুলনা করে বোঝা যাবে প্রোগ্রামে কোন ভ্রান্তি রয়ে গেল কিনা। এ ধিরনের validation check সব সময় ই করা উচিত, না হলে ভ্রান্তি থেকে যেতে পারে।

9 উপসংহার

অ্যালগরিদম, ফ্লোচার্ট ও কম্পিউটার প্রোগ্রাম বিষয়ে আমাদের আলোচনা এখানেই শেষ হল। আমাদের সমাজজীবনে ও দৈনন্দিন জীবনের প্রায় সর্বত্রই আমরা কম্পিউটারের ব্যবহার ও প্রয়োগ দেখতে পাই। তাই কম্পিউটার সম্বন্ধে জানা আমাদের সাধারণ জ্ঞানের মধ্যে পড়ে। বিষয়টি গভীর ও সুদূরপ্রসারী। সহজ উদাহরণের সাহায্যে আমরা বিষয়টা তুলে ধরার চেষ্টা করেছি। এই আলোচনার পর শ্রোতাদের মধ্যে কার ও যদি এই বিষয়ে আর ও জানার ইচ্ছে এবং আগ্রহের সৃষ্টি হয় তবেই আমার শ্রম সার্থক ভাববো।